

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Національний технічний університет України  
“Київський політехнічний інститут”

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**  
до виконання лабораторної роботи  
**«ВИВЧЕННЯ ДИФРАКЦІЇ ФРАУНГОФЕРА НА ЩІЛИНІ»**

Укладачі: доц. Бригінець В. П.,  
доц. Гусєва О. О.,  
доц. Лінчевський І. В.

*Рекомендовано методичною радою  
фізико-математичного факультету,  
протокол № 7, від 21. 05. 2012 р.*

НТУУ “КПІ”

Київ – 2012

## Робота 3-3\*. Вивчення дифракції Фраунгофера на щілині

Мета роботи: дослідження дифракційної картини в паралельних променях на вузькій щілині; визначення довжини хвилі випромінювання лазера.

Обладнання та прилади: Установка для дослідження дифракції.

### Теоретичні відомості

Дифракцією називають відхилення від прямолінійного напрямку поширення хвиль, зокрема світлових, в середовищах із різкими неоднорідностями. Зазвичай ці неоднорідності являють собою невеликі непрозорі перешкоди або отвори в непрозорому екрані на шляху хвилі. Розподіл інтенсивності в просторі – хвильове поле або «дифракційна картина» – залежить від розташування та розмірів перешкод, а також від способу спостереження. У даній роботі досліджується дифракція Фраунгофера, або дифракція паралельних променів. Паралельним променям відповідають плоскі хвильові поверхні, отож фраунгоферова дифракція є дифракцією плоских хвиль. В даній роботі пучок паралельних світлових променів спрямовують на вузьку щілину і спостерігають дифракційну картину, що утворюється на встановленому за щілиною віддаленому екрані, паралельному до площини щілини.

Згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, розподіл інтенсивності (світлове поле) за щілиною є результатом накладання когерентних вторинних хвиль, які приходять у дану точку від різних точок хвильової поверхні на щілині. Ці вторинні хвилі поширюються під різними кутами. Тому, аби спостерігати саме дифракцію Фраунгофера, екран розміщують на великій порівняно з шириною щілини відстані («на нескінченності»), або в фокальній площині поставленої між щілиною та екраном збірної лінзи. В такому разі в будь-яку точку екрана приходять промені, що йдуть від щілини під одним і тим самим кутом, тобто паралельно.

Нехай на довгу пряму щілину ширини  $b$  (рис. 1), яка розташована перпендикулярно до площини рисунка, по нормалі падає паралельний пучок монохроматичних променів із довжиною хвилі  $\lambda$ . Подумки поділимо хвильову поверхню, що розташована в площині щілини, на елементарні поздовжні зони шириною  $dx$ . Кожна зона випускає циліндричну хвилю із віссю, паралельною до осі щілини. То ж із міркувань симетрії

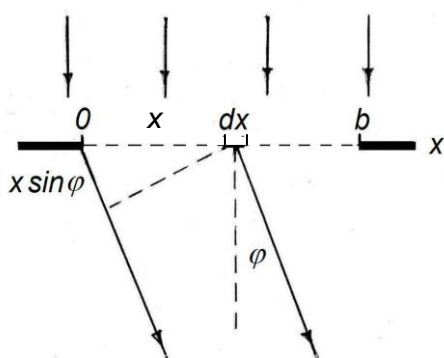


Рис. 1

впливає, що на екрані на будь-якій лінії, паралельній до щілини, інтенсивність світла однакова. Тому можна розглядати лише промені, що поширюються в площині рис. 1.

У будь-яку точку екрана (на рис. 1 не показаний) потрапляють промені, що виходять із усіх ділянок  $dx$  під певним кутом дифракції  $\varphi$ . Кожна з них створює на екрані елементарні ко-

ливання електричного поля  $dE_\varphi$ , які, згідно з принципом Гюйгенса-Френеля, можна виразити у вигляді:

$$dE_\varphi = a \cos(\omega t - \phi) ds.$$

Якщо початкову фазу коливань від лівого точки  $x=0$  прийняти за нуль, то  $\phi = (2\pi/\lambda)x \sin \varphi$ . Крім того, площа ділянки прямо пропорційна її ширині  $ds: dx$ , отже в (1) можна записати  $a ds = A dx$ . Відтак

$$dE_\varphi = A \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx,$$

де  $A$  – амплітудний множник, який залежить від амплітуди падаючої хвилі та параметрів щілини. Оскільки ширина щілини набагато менша за відстань до екрана, амплітуди вторинних хвиль є практично однаковими, отже можна прийняти  $A = \text{const}$ . У такому разі світлові коливання, що створюються всією щілиною, за принципом суперпозиції визначаються, як

$$E_\varphi = \int dE_\varphi = A \int_0^b \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} x \sin \varphi\right) dx.$$

Ураховуючи, що інтенсивність світла  $I: \langle E^2 \rangle$ , після інтегрування та усереднення по часу величини  $E_\varphi^2$  отримаємо наступну формулу для інтенсивності на екрані при фраунгоферовій дифракції на щілині:

$$I_\varphi = I_0 \frac{\sin^2\left((\pi b \sin \varphi)/\lambda\right)}{\left((\pi b \sin \varphi)/\lambda\right)^2}. \quad (1)$$

Тут  $\varphi$  – кут дифракції,  $I_0$  – константа, що має розмірність інтенсивності й залежить від ширини щілини та падаючого на неї світлового потоку.

Для зручності обробки результатів вимірювань у формулі (1) доцільно ввести позначення

$$\alpha = \frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} \quad (1a)$$

і записати її у вигляді:

$$I_\varphi = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2 \quad (1b)$$

Аналіз формули (1) показує, що дифракційна картина на екрані складається із центрального максимуму  $I_{\max} = I_0$  при  $\varphi = 0$  та низки симетрично розміщених мінімумів і побічних максимумів, як показано на графіку залежності  $I$  від  $\sin \varphi$ , рис. 2. Якщо  $\sin(\pi b \sin \varphi / \lambda) = 0$ , при  $\varphi \neq 0$ , то  $I = 0$ .

Звідси впливає умова дифракційних мінімумів для щілини:

$$\frac{\pi b \sin \varphi}{\lambda} = \pm m\pi \Rightarrow b \sin \varphi = m\lambda, \quad m = 1, 2, K \quad (2)$$

Число  $m$  називається порядком мінімуму. Між мінімумами розташовуються

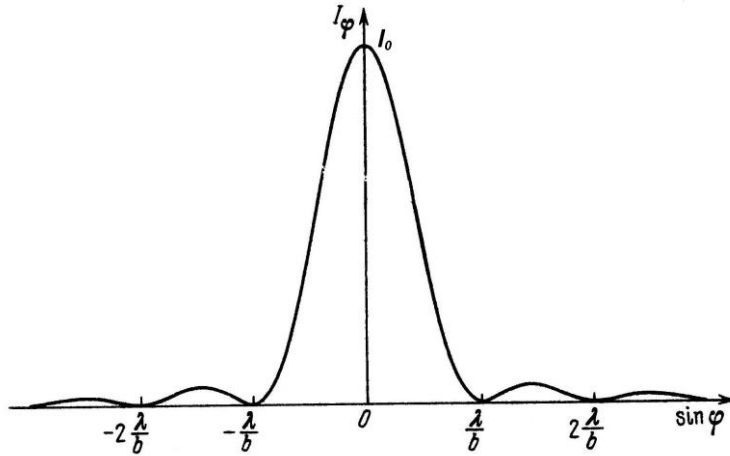


Рис. 2

побічні максимуми. Як видно з (1), їхнє точне положення не визначається простою формулою. Але, оскільки дифракція реально спостерігається лише при невеликих кутах  $\varphi$ , можна вважати, що побічні максимуми розміщуються посередині між сусідніми мінімумами, і прийняти для них таку наближену умову:

$$b \sin \varphi \approx \pm(m + \frac{1}{2})\lambda, \quad m = 1, 2, K$$

Відповідно до цієї умови, з дифракційної формули (1) для інтенсивності побічних максимумів виходить:

$$I'_{\max} = I_0 / \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 \pi^2, \quad \text{або} \quad I_0 : I'_{\max} = 1 : \left(m + (1/2)\right)^2 \pi^2$$

Звідси впливає таке співвідношення інтенсивностей центрального та перших побічних максимумів:

$$I_0 : I_1 : I_2 : I_3 : \dots = 1 : \frac{1}{22} : \frac{1}{62} : \frac{1}{125} : \dots$$

Отже, побічні максимуми є слабкими: навіть найсильніший з них за інтенсивністю складає лише 4,5% від центрального. Тому при малих інтенсивностях опромінюючого світла можна побачити тільки близькі до центрального побічні максимуми.

Повна кількість мінімумів і побічних максимумів визначається шириною щілини та довжиною світлової хвилі. Оскільки  $|\sin \varphi| \leq 1$ , то при  $(b/\lambda) \gg 1$  з умови (2) для кількості мінімумів  $N$  маємо:

$$b \leq m\lambda \Rightarrow N = 2m_{\max} \approx \frac{2b}{\lambda}. \quad (3)$$

Повна кількість побічних максимумів дорівнює  $N - 2$ . Отже, при збільшенні ширини щілини кількість дифракційних смуг збільшується, відстань між ни-

ми зменшується, а самі смуги вужчають. При цьому помітні смуги спостерігаються тільки при малих кутах дифракції, і кутова ширина дифракційної смуги  $\delta\varphi$  (кут між напрямками на два сусідні мінімуми) легко визначається. Позначивши кути дифракції для мінімумів порядку  $m$  і  $m + 1$ , відповідно, як  $\varphi$  і  $\varphi + \delta\varphi$  (рис. 3), і врахувавши, що при малих кутах  $\sin \varphi = \varphi$ , з умови (2) знаходимо:

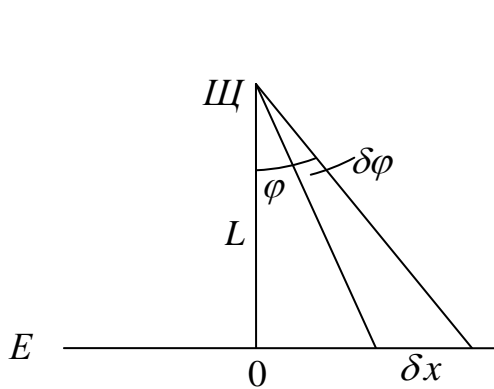


Рис. 3.

$$\begin{cases} b\varphi = m\lambda \\ b(\varphi + \delta\varphi) = (m+1)\lambda \end{cases} \Rightarrow \delta\varphi = \frac{\lambda}{b}.$$

Лінійна відстань  $\delta x$  між мінімумами на екрані  $E$

$$\delta x \approx L\delta\varphi = \frac{\lambda L}{b}.$$

Аби дифракційні смуги можна було спостерігати візуально, величина  $\delta x$  повинна бути не меншою, ніж роздільна

здатність ока  $\delta x_0$ , тобто найменша відстань між двома лініями, що візуально сприймаються як окремі. Тому неозброєним оком дифракційну картину можна спостерігати тільки коли ширина щілини не перевищує значення

$$b_{\max} = \frac{\lambda L}{\delta x_0}. \quad (4)$$

При більшій ширині щілини смуги перестають розрізнятися й утворюють по обидва боки від центрального максимуму слабо освітлені суцільні «крила». Можливість візуального спостереження дифракційної картини обмежується і в області малих ширин щілини. Справді, з (3) випливає, що при зменшенні ширини щілини кількість дифракційних смуг зменшується, а самі вони розширюються, і при  $b = \lambda$  маємо  $N = 1$ . В такому разі весь екран незалежно від розміру одноосібно займається центральним максимумом, і говорити про дифракційну картину втрачає сенс. Із указаних причин дифракція реально спостерігається, коли ширина щілини складає приблизно  $(10 \div 10^3)\lambda$ .

## Експеримент

Експериментальна установка складається із змонтованих на оптичній рейці монохроматичного джерела світла  $Дж$ , розсувної вертикальної оптичної щілини  $Щ$  та екрана  $E$ , як схематично показано на рис. 4. Пучок променів від джерела проходить крізь щілину й потрапляє на екран, утворюючи на ньому дифракційну картину у вигляді низки світлих і темних смуг – дифракційних максимумів і мінімумів. На осі системи в т.О утворюється яскравий

центральный максимум, а обабіч – симетрично розміщені темні мінімуми та менш яскраві побічні максимуми. Для забезпечення умов спостереження дифракції Фраунгофера як джерела використовуються лазери, що випромінюють практично нерозбіжні (паралельні) світлові пучки з високим ступенем монохроматичності. Крім того екран розміщується на достатньо великій відстані  $L$  від щілини, і виміри здійснюються в невеликій області на відстанях  $x \ll L$  від центра екрана. В такому разі промені, що приходять в якусь точку екрана, є практично паралельними. За вказаних умов кути дифракції  $\varphi \ll 1$ , і можна покласти  $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi = (x/L)$ .

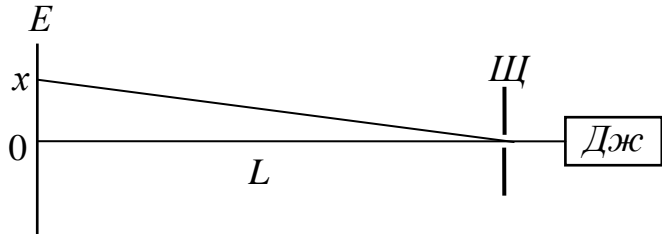


Рис. 4.

Тоді умову (2) можна записати, як:

$$b \frac{x}{L} = \pm m \lambda \Rightarrow \lambda = \frac{bx}{mL} \quad (5)$$

В роботі використано три лазери, що генерують у синій, зеленій та червоній областях спектра. Дифракційну картину можна спостерігати візуально на екрані з горизонтальною лінійкою, за допомогою якої можна вимірювати відстані  $x$  у виразах (5). В установці передбачено можливість заміни екрана на фотоприймач – фотодіод із вузьким входним віконцем, який підключений через підсилювач до вольтметра й може переміщуватись у горизонтальному напрямку в площині екрана. При однорідному освітленні віконця напруга на фотодіоді є прямо пропорційною інтенсивності світла, що падає на нього:  $U \sim I$ . Це дозволяє визначати відносну інтенсивність світла в різних точках дифракційної картини за показами вольтметра.

## Порядок виконання роботи

### Дослідження умов спостереження дифракції

1. Згідно з інструкцією на робочому місці ввімкнути червоний лазер і візуально спостерігати дифракційну картину на екрані.

2. Повністю закрити щілину, встановивши лімб мікрометричного гвинта на декілька поділок лівіше від «0». Потім повільно відкривати щілину, доки не з'являться ознаки освітленості в центрі екрана. Встановити, яка кількість поділок на лімбі  $n_0$  відповідає ширині щілини  $b = 0$ . Занести величину  $n_0$  до протоколу й надалі враховувати при встановленні ширини щілини.

3. Збільшуючи ширину щілини  $b$ , спостерігати звужування дифракційних смуг на екрані та визначити величину  $b_{\max}$ , при якій перестають розрізнятися окремі смуги; занести величину  $b_{\max}$  до протоколу.

### Визначення довжини хвилі випромінювання лазера

**4.** Увімкнути червоний лазер і встановити ширину щілини  $b_1$ , при якій відстань від центра екрана до третього побічного максимуму ( $m = 3$ ) складе приблизно 10 см. Занести величину  $b_1$  до табл. 1. По шкалі на екрані виміряти координати  $x_m$  і  $x_{-m}$  перших трьох мінімумів ( $m = 1, 2, 3$ ) праворуч і ліворуч від центра екрана, відповідно, та занести отримані значення до табл. 1. Примітка. Значення  $x_m$  і  $x_{-m}$  як праворуч, так ліворуч від центра заносити до таблиці і в розрахунках брати із знаком «+».

**5.** Увімкнути зелений лазер і повторити виміри п. 4 при тій самій щілині  $b_1$ . По тому повторити виміри п. 4 із синім лазером. Усі дані занести до табл. 1.

Виставити ширину щілини  $b_2 = 0,5b_1$  і виконати вимірювання п. 4 і п. 5. Усі дані занести до табл. 1.

Табл. 1

Відстань від щілини до екрана $L = \dots$ , мм; $b_{\max} = \dots$ , мм								
Лазер	Щілина, $b$ , мм	Порядок смуги $m$	Координата, мм			$x/L$	$\lambda_m$ , нм	$\langle \lambda \rangle$ , нм
			$x_m$	$x_{-m}$	$x$			
Червоний	$b_1 =$	1						
		2						
		3						
	$b_2 =$	1						
		2						
		3						
Зелений	$b_1 =$	1						
		2						
		3						
	$b_2 =$	1						
		2						
		3						
Синій	$b_1 =$	1						
		2						
		3						
	$b_2 =$	1						
		2						
		3						

### Аналіз форми центрального максимуму (Додаткове завдання)

**7.** Згідно з інструкцією на робочому місці замість екрана встановити фотоприймач, який може переміщатися по горизонталі в поперечному до осі системи напрямку. Визначити по лінійці на оптичній рейці і занести до протоколу відстань  $L$  від щілини до фотоприймача.

**8.** Увімкнути червоний лазер; занести до протоколу його довжину хвилі  $\lambda = 0,633$  мкм. Підібрати ширину щілини  $b$  так, аби ширина центрального максимуму була приблизно 10 см. Визначити величину  $b$  по лімбу мікрометричного гвинта й занести до протоколу.

9. Переміщуючи фотоприймач, знайти його положення  $x_0$ , в якому покази індикатора (вольтметра)  $U_0$  є максимальними. Величину  $U_0$  (у поділках шкали) занести до протоколу. За лінійкою визначити координату точки  $x_0$ , що відповідає центру дифракційної картини, та занести її до протоколу.

Примітка. Виміри координати  $x_0$  та координат  $x_i$  в п. 10 виконувати при переміщенні фотоприймача в одному й тому самому напрямку.

10. Зняти покази вольтметра  $U_i$  для 10 точок  $x_i$  в межах центрального максимуму (по п'ять з кожного боку); значення  $x_i$  і  $U_i$  занести до табл. 2.

Табл. 2

$L = \dots, \text{мм}; \quad \lambda = 0,633 \text{ мкм}; \quad b = \dots, \text{мм}; \quad x_0 = \dots, \text{мм}; \quad U_0 = \dots, \text{под.}$								
Точка	$x_i, \text{мм}$	$ x_i - x_0 , \text{мм}$	$\sin \varphi_i$	$\alpha$	$\sin \alpha$	$U_i, \text{под}$	$(I_i/I_0)_{\text{дєт}}$	$(I/I_0)_{\text{д.д.д}}$
1								
2								
3								
4								
5								
6	$x_0 =$	0	0	0	0	$U_0 =$	1,0	1,0
7								
8								
9								
10								
11								

## Обробка результатів

1. За даними табл. 1:

- для кожного досліду обчислити та занести до табл. 1 величини  $x = (x_m + x_{-m})/2$  да  $x/L$ ;
- для кожного значення  $m$  і  $b$  обчислити за формулою (2) величину  $\lambda_m$  і занести її до табл. 1.
- за формулою  $\langle \lambda \rangle = \frac{1}{6} \sum_m \lambda_m$  обчислити середнє значення довжини хвилі випромінювання кожного лазера й занести її до табл. 1.
- із формули (4) на основі визначеної в п. 3 величини  $b_{\text{max}}$  оцінити роздільну здатність ока  $\delta x_0 =$  і і .

2. За даними табл. 2:

- для кожної точки обчислити та занести до табл. 2 величини  $x = |x_i - x_0|$  і  $\sin \varphi = \frac{x}{\sqrt{x^2 + L^2}}$ ;
- для кожної точки обчислити та занести до табл. 2 величину  $\alpha$  (за формулою (1a)) та  $\sin \alpha$ ;



- в усіх точках  $x_i$  за показами вольтметра обчислити та занести до табл. 2 експериментальні значення відносної інтенсивності світла  $(I_i/I_0)_{\text{д\text{е}м}}$   $= (U_i/U_0)$ ;
- за формулою (1б) обчислити та занести до табл. 2 теоретичні значення  $(I_i/I_0)_{\text{т\text{е}ор}}$ .

**3.** На одному полі креслення побудувати графіки залежності величин  $(I_\varphi/I_0)_{\text{д\text{е}м}}$  та  $(I_\varphi/I_0)_{\text{т\text{е}ор}}$  від  $\sin \varphi$ . Графіки будувати на міліметровому папері (А5) і наводити різним кольором, або відмічати експериментальні та теоретичні точки різними позначками.

**4.** Порівняти графіки та зробити висновок про відповідність експериментальної кривої дифракційній формулі, а при наявності відхилень – про можливі їх причини.

### Контрольні запитання

1. Що називається дифракцією світла? За яких умов її можна спостерігати?
2. Сформулювати принцип Гюйгенса-Френеля; записати інтеграл Френеля та пояснити зміст величин, які входять до нього.
3. Чим відрізняється дифракція Фраунгофера від дифракції Френеля?
4. Як в роботі забезпечується паралельність променів, які падають на щілину, та дифрагованих променів, які приходять у дану точку на екрані?
5. Показати вид графіка залежності інтенсивності  $I(\sin \varphi)$  при фраунгоферовій дифракції на щілині.
6. Виходячи з формули (1), довести, що при  $\varphi = 0$  (в центрі екрана) інтенсивність максимальна.
7. Отримати з формули (1) умову мінімумів інтенсивності при дифракції Фраунгофера на щілині.
8. Виходячи з формули (1), отримати наближений вираз для інтенсивності побічних максимумів інтенсивності при дифракції Фраунгофера на щілині.
9. Як змінюється дифракційна картина при зміні розмірів щілини? Як залежить від ширини щілини кількість дифракційних мінімумів, що утворюються?
10. При якій ширині щілини можна спостерігати фраунгоферову дифракцію: а) теоретично? б) неозброєним оком?

### Література

1. Кучерук І. М., Горбачук І. Т., «Загальний курс фізики», т. 3, К: «Техніка», 1996 р., § 4.3.
2. Иродов И. Е., «Волновые процессы», М: Лаборатория базовых знаний, 2002 г., §§ 5.4, 5.6.